2015年北京市东城区中考数学一模试卷

一、选择题（本题共30分，每小题3分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1.（3分）（2015•东城区一模）与﹣2的和为0的数是（　　）

A. ﹣2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

2.（3分）（2015•东城区一模）2015年元旦期间，北京各大公园接待游客达245 000万人次.其中，“冰雪乐园”吸引了大批游客亲身感受冰雪带来的快乐，一起为北京申办2022年冬奥会助力加油．用科学记数法表示245 000，正确的是（　　）

A. 24.5×10^4　　B. 2.45×10^5　　C. 2.45×10^6　　D. 0.245×10^6

3.（3分）（2015•东城区一模）一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体是（　　）



A. 圆柱　　B. 球　　C. 圆锥　　D. 棱柱

4.（3分）（2015•南京二模）在某校初三年级古诗词比赛中，初三（1）班42名学生的成绩统计如下，则该班学生成绩的中位数和众数分别是（　　）

分数	50	60	70	80	90	100
人数	1	2	8	13	14	4

A. 70，80　　B. 70，90　　C. 80，90　　D. 90，100

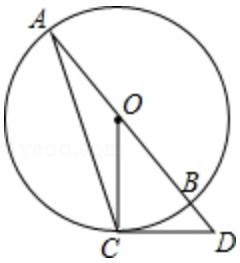
5.（3分）（2015•东城区一模）在六张卡片上分别写有π，$\frac{1}{3}$，1.5，﹣3，0，$\sqrt{2}$六个数，从中任意抽取一张，卡片上的数为无理数的概率是（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

6.（3分）（2015•东城区一模）正五边形的每个外角等于（　　）

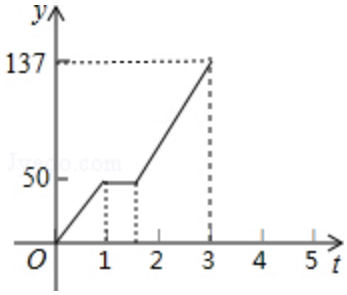
A. 36°　　B. 60°　　C. 72°　　D. 108°

7.（3分）（2015•东城区一模）如图，AB是⊙O的直径，点C在⊙O上，过点C作⊙O的切线交AB的延长线于点D，连接OC，AC．若∠D=50°，则∠A的度数是（　　）



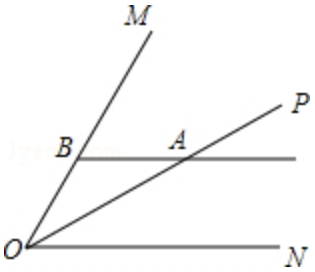
A．20°　　B．25°　　C．40°　　D．50°

8．（3 分）（2015•东城区一模）小李驾驶汽车以 50 千米/小时的速度匀速行驶 1 小时后，途中靠边停车接了半小时电话，然后继续匀速行驶．已知行驶路程 y（单位：千米）与行驶时间 t（单位：小时）的函数图象大致如图所示，则接电话后小李的行驶速度为（　　）



A．43.5　　B．50　　C．56　　D．58

9．（3 分）（2015•东城区一模）如图，已知∠MON=60°，OP 是∠MON 的角平分线，点 A 是 OP 上一点，过点 A 作 ON 的平行线交 OM 于点 B，AB=4．则直线 AB 与 ON 之间的距离是（　　）



A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

10．（3 分）（2015•东城区一模）如图 1，△ ABC 和△ DEF 都是等腰直角三角形，其中∠C=∠EDF=90°，点 A 与点 D 重合，点 E 在 AB 上，AB=4，DE=2．如图 2，△ ABC 保持不动，△ DEF 沿着线段 AB 从点 A 向点 B 移动，当点 D 与点 B 重合时停止移动．设 AD=x，△ DEF 与△ ABC 重叠部分的面积为 S，则 S 关于 x 的函数图象大致是（　　）

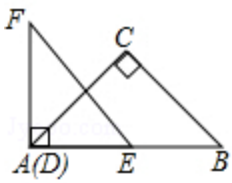


图1

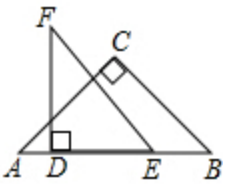
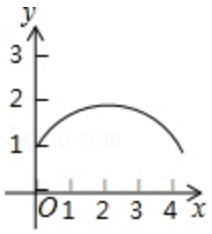
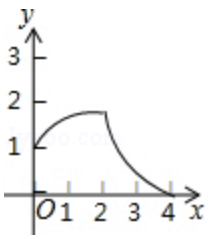
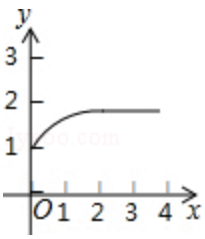
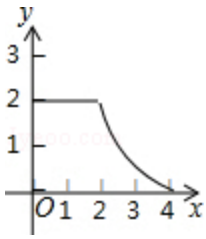


图2

A. 

B. 

C. 

D. 

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11.（3 分）（2015•东城区一模）分解因式：mx^2-4my^2=_____.

12.（3 分）（2015•东城区一模）计算$\sqrt{8}+\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{3}$的结果为_____.

13.（3 分）（2015•东城区一模）关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x-m=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是_____.

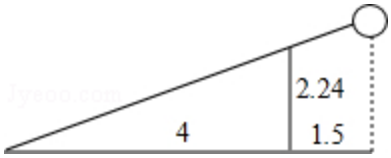
14.（3 分）（2015•东城区一模）北京的水资源非常匮乏，为促进市民节水，从 2014 年 5 月 1 日起北京市居民用水实行阶梯水价，实施细则如表：

北京市居民用水阶梯水价表　　单位：元/立方米

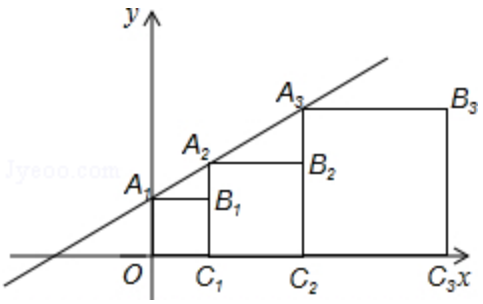
分档水量	户年用水量（立方米）	水价	其中		
			自来水费	水资源费	污水处理费
第一阶梯	0－180（含）	5.00	2.07	1.57	1.36
第二阶梯	181－260（含）	7.00	4.07		
第三阶梯	260 以上	9.00	6.07		

某户居民从 2015 年 1 月 1 日至 4 月 30 日，累积用水 190 立方米，则这户居民 4 个月共需缴纳水费_____元.

15.（3 分）（2015•东城区一模）已知女排赛场球网的高度是 2.24 米，某排球运动员在一次扣球时，球恰好擦网而过，落在对方场地距离球网 4 米的位置上，此时该运动员距离球网 1.5 米，假设此次排球的运行路线是直线，则该运动员击球的高度是_____米.



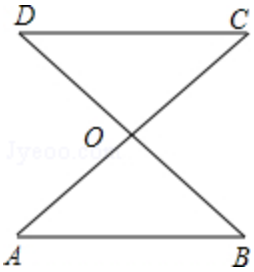
16.（3 分）（2015•东城区一模）在平面直角坐标系 xOy 中，记直线 y=x+1 为 l．点 A_1 是直线 l 与 y 轴的交点，以 A_1O 为边作正方形 $A_1OC_1B_1$，使点 C_1 落在在 x 轴正半轴上，作射线 C_1B_1 交直线 l 于点 A_2，以 A_2C_1 为边作正方形 $A_2C_1C_2B_2$，使点 C_2 落在在 x 轴正半轴上，依次作下去，得到如图所示的图形．则点 B_4 的坐标是_____，点 B_n 的坐标是_____.



三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17.（5 分）（2014•武汉）如图，AC 和 BD 相交于点 O，OA=OC，OB=OD．

求证：DC∥AB.



18.（5 分）（2015•东城区一模）计算：$(3-\pi)^{0}-\sqrt{3}\tan 60^{\circ}+(-\frac{1}{3})^{-1}+|-4|$.

19.（5 分）（2015•东城区一模）解不等式组：$\begin{cases}2x-1>3(x-1)\\ \frac{5-x}{2}<x+4.\end{cases}$.

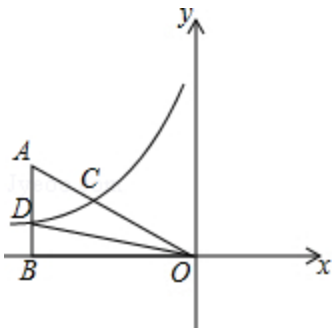
20.（5 分）（2015•东城区一模）先化简，再求值：$\frac{2}{a+1}+\frac{a^{2}-4a+4}{a^{2}-1}\div\frac{a-2}{a-1}$，其中 $a=\sqrt{2}-1$.

21.（5 分）（2015•东城区一模）列方程或方程组解应用题：2015 年“植树节”前夕，某小区为绿化环境，购进 200 棵柏树苗和 120 棵枣树苗，且两种树苗所需费用相同．每棵枣树苗的进价比每棵柏树苗的进价的 2 倍少 5 元，每棵柏树苗的进价是多少元？

22.（5 分）（2015•东城区一模）在平面直角坐标系 xOy 中，过点 A（﹣4，2）向 x 轴作垂线，垂足为 B，连接 AO．双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 经过斜边 AO 的中点 C，与边 AB 交于点 D．

（1）求反比例函数的解析式；

（2）求△BOD 的面积．

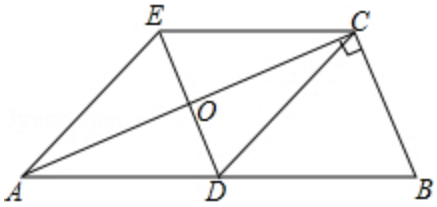


四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

23.（5 分）（2015•东城区一模）如图，△ ABC 中，∠BCA=90°，CD 是边 AB 上的中线，分别过点 C，D 作 BA，BC 的平行线交于点 E，且 DE 交 AC 于点 O，连接 AE.

（1）求证：四边形 ADCE 是菱形；

（2）若 AC=2DE，求 sin∠CDB 的值.



24.（5 分）（2015•东城区一模）为弘扬中华传统文化，某学校决定开设民族器乐选修课．为了更贴合学生的兴趣，对学生最喜爱的一种民族乐器进行随机抽样调查，收集整理数据后，绘制出以下两幅未完成的统计图，请根据图 1 和图 2 提供的信息，解答下列问题：

（1）在这次抽样调查中，共调查_____名学生；

（2）请把条形图（图 1）补充完整；

（3）求扇形统计图（图 2）中，二胡部分所对应的圆心角的度数；

（4）如果该校共有学生 1500 名，请你估计最喜爱古琴的学生人数.

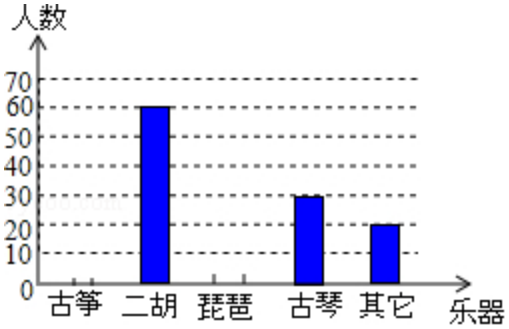


图1

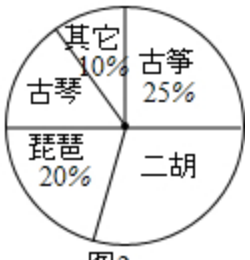
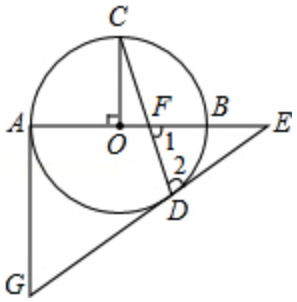


图2

25.（5 分）（2014•防城港）如图的⊙O 中，AB 为直径，OC⊥AB，弦 CD 与 OB 交于点 F，过点 D、A 分别作⊙O 的切线交于点 G，并与 AB 延长线交于点 E.

（1）求证：∠1=∠2.

（2）已知：OF：OB=1：3，⊙O 的半径为 3，求 AG 的长.



26.（5 分）（2015•东城区一模）在四边形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，E 是 OC 上任意一点，AG⊥BE 于点 G，交 BD 于点 F.

（1）如图 1，若四边形 ABCD 是正方形，判断 AF 与 BE 的数量关系；

明明发现，AF 与 BE 分别在△ AOF 和△ BOE 中，可以通过证明△ AOF 和△ BOE 全等，得到 AF 与 BE 的数量关系；

请回答：AF 与 BE 的数量关系是_____.

（2）如图 2，若四边形 ABCD 是菱形，∠ABC=120°，请参考明明思考问题的方法，求$\frac{AF}{BE}$的值.

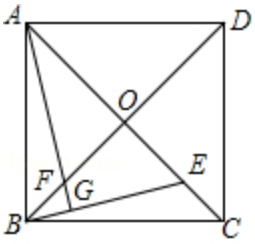


图1

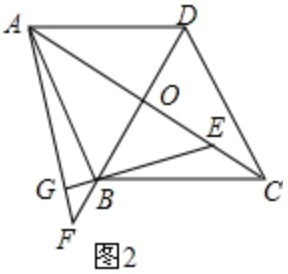


图2

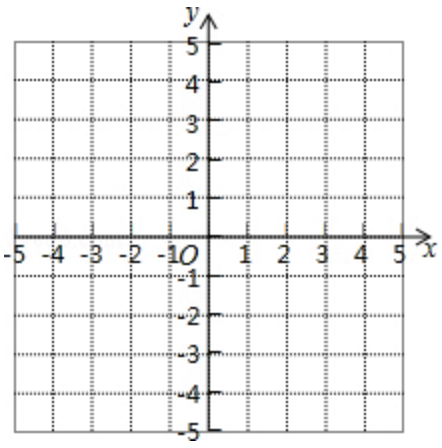
五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

27.（7 分）（2015•东城区一模）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）过点 A（﹣1，0），B（1，1），与 y 轴交于点 C.

（1）求抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）的函数表达式；

（2）若点 D 在抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）的对称轴上，当△ ACD 的周长最小时，求点 D 的坐标；

（3）在抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）的对称轴上是否存在点 P，使△ ACP 成为以 AC 为直角边的直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

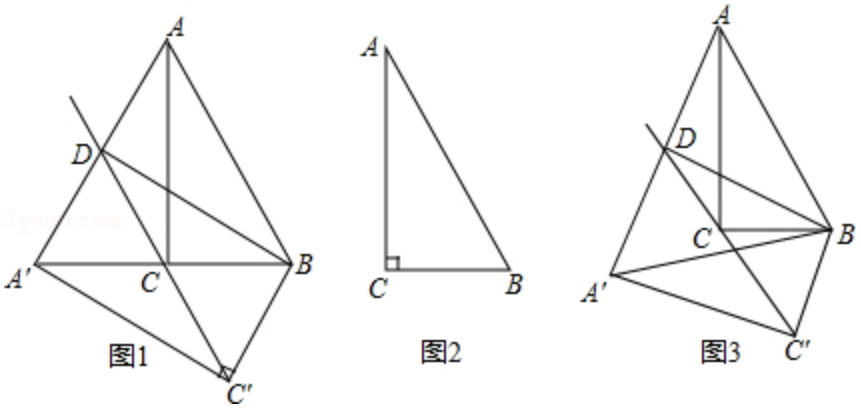


28.（7 分）（2015•东城区一模）已知：Rt△ A′BC′和 Rt△ ABC 重合，∠A′C′B=∠ACB=90°，∠BA′C′=∠BAC=30°，现将 Rt△ A′BC′绕点 B 按逆时针方向旋转角 α（60°≤α≤90°），设旋转过程中射线 C′C 和线段 AA′相交于点 D，连接 BD.

（1）当 α=60°时，A′B 过点 C，如图 1 所示，判断 BD 和 A′A 之间的位置关系，不必证明；

（2）当 α=90°时，在图 2 中依题意补全图形，并猜想（1）中的结论是否仍然成立，不必证明；

（3）如图 3，对旋转角 α（60°＜α＜90°），猜想（1）中的结论是否仍然成立；若成立，请证明你的结论；若不成立，请说明理由.



29.（8 分）（2015•东城区一模）定义符号 min{a，b}的含义为：当 a≥b 时，min{a，b}=b；当 a＜b 时，min{a，b}=a．如：min{1，﹣2}=﹣2，min{﹣1，2}=﹣1.

（1）求 min{x^2﹣1，﹣2}；

（2）已知 min{x^2﹣2x+k，﹣3}=﹣3，求实数 k 的取值范围；

（3）已知当﹣2≤x≤3 时，min{x^2﹣2x﹣15，m（x+1）}=x^2﹣2x﹣15．直接写出实数 m 的取值范围.

2015年北京市东城区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共30分，每小题3分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1.（3分）（2015•东城区一模）与﹣2的和为0的数是（　　）

A. ﹣2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

考点：相反数.

分析：根据相反数的意义即可得出答案.

解答：解∵﹣2+2=0，

∴与﹣2的和为0的数是2；

故选D.

点评：本题主要考查了相反数，掌握相反数的意义是本题的关键，只有符号不同的两个数互为相反数，a的相反数是﹣a.

2.（3分）（2015•东城区一模）2015年元旦期间，北京各大公园接待游客达245 000万人次.其中，“冰雪乐园”吸引了大批游客亲身感受冰雪带来的快乐，一起为北京申办2022年冬奥会助力加油．用科学记数法表示245 000，正确的是（　　）

A. 24.5×10^4　　B. 2.45×10^5　　C. 2.45×10^6　　D. 0.245×10^6

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数.

解答：解：将245 000用科学记数法表示为2.45×10^5.

故选B.

点评：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\le|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值.

3.（3分）（2015•东城区一模）一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体是（　　）



A. 圆柱　　B. 球　　C. 圆锥　　D. 棱柱

考点：由三视图判断几何体.

分析：根据主视图和左视图得出该几何体是柱体，再根据俯视图可得这个几何体的形状.

解答：解：由于主视图和左视图为正方形可得此几何体为柱体，

由俯视图为圆可得这个几何体是圆柱.

故选 A.

点评：此题主要考查了学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

4.（3 分）（2015•南京二模）在某校初三年级古诗词比赛中，初三（1）班 42 名学生的成绩统计如下，则该班学生成绩的中位数和众数分别是（　　）

分数	50	60	70	80	90	100
人数	1	2	8	13	14	4

A. 70，80　　B. 70，90　　C. 80，90　　D. 90，100

考点：众数；中位数.

分析：根据中位数与众数的定义进行解答即可.

解答：解：把这组数据从小到大排列，最中间两个数的平均数是（80+80）÷2=80，则该班学生成绩的中位数是 80；

90 出现了 14 次，出现的次数最多，则众数是 90；

故选 C.

点评：此题考查了众数与中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错；众数是一组数据中出现次数最多的数.

5.（3 分）（2015•东城区一模）在六张卡片上分别写有 π，$\frac{1}{3}$，1.5，﹣3，0，$\sqrt{2}$六个数，从中任意抽取一张，卡片上的数为无理数的概率是（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

考点：概率公式；无理数.

分析：由在六张卡片上分别写有 π，$\frac{1}{3}$，1.5，﹣3，0，$\sqrt{2}$六个数，直接利用概率公式求解即可求得答案.

解答：解：∵在六张卡片上分别写有 π，$\frac{1}{3}$，1.5，﹣3，0，$\sqrt{2}$六个数，

∴从中任意抽取一张，卡片上的数为无理数的概率是：$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故选 B.

点评：此题考查了概率公式的应用．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

6.（3 分）（2015•东城区一模）正五边形的每个外角等于（　　）

A. 36°　　B. 60°　　C. 72°　　D. 108°

考点：多边形内角与外角.

分析：利用正五边形的外角和等于 360 度，除以边数即可求出答案.

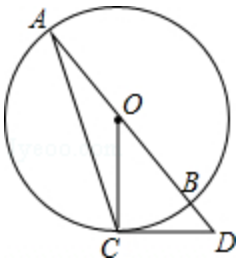
解答：解：360°÷5=72°.

故正五边形的每个外角等于 72°.

故选：C.

点评：本题主要考查了多边形的外角和定理，任何一个多边形的外角和都是 360°.

7.（3 分）（2015•东城区一模）如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，过点 C 作⊙O 的切线交 AB 的延长线于点 D，连接 OC，AC．若∠D=50°，则∠A 的度数是（　　）



A．20°　　B．25°　　C．40°　　D．50°

考点：切线的性质.

分析：根据切线的性质求出∠OCD，求出∠COD，求出∠A=∠OCA，根据三角形的外角性质求出即可.

解答：解：∵CD 切⊙O 于 C，

∴OC⊥CD，

∴∠OCD=90°，

∵∠D=50°，

∴∠COD=180°﹣90°﹣50°=40°，

∵OA=OC，

∴∠A=∠OCA，

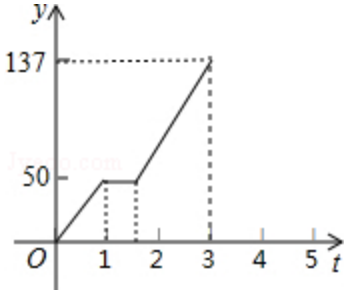
∵∠A+∠OCA=∠COD=40°，

∴∠A=20°.

故选 A.

点评：本题考查了三角形的外角性质，三角形的内角和定理，切线的性质，等腰三角形的性质的应用，主要考查学生运用这些性质进行推理的能力，题型较好，难度也适中，是一道比较好的题目.

8.（3 分）（2015•东城区一模）小李驾驶汽车以 50 千米/小时的速度匀速行驶 1 小时后，途中靠边停车接了半小时电话，然后继续匀速行驶．已知行驶路程 y（单位：千米）与行驶时间 t（单位：小时）的函数图象大致如图所示，则接电话后小李的行驶速度为（　　）



A．43.5　　B．50　　C．56　　D．58

考点：一次函数的应用．

分析：先由图象得出接电话后小李的路程为 137﹣50=87，接电话后小李的时间为 3﹣1.5=1.5，再根据“路程÷时间=速度”就可以求出小李的速度．

解答：解：由图象可得：

接电话后小李的路程为 137﹣50=87（千米），

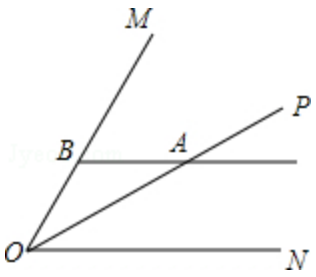
接电话后小李的时间为 3﹣1.5=1.5（小时），

所以可得：接电话后小李的行驶速度为：$\frac{87}{1.5}=58$（千米/小时），

故选 D．

点评：本题考查了行程问题的数量关系的运用，待定系数法求一次函数的解析式的运用，一次函数与一元一次方程的运用，解答时求出一次函数的解析式是关键．

9．（3 分）（2015•东城区一模）如图，已知∠MON=60°，OP 是∠MON 的角平分线，点 A 是 OP 上一点，过点 A 作 ON 的平行线交 OM 于点 B，AB=4．则直线 AB 与 ON 之间的距离是（　　）



A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

考点：勾股定理；等腰三角形的判定与性质；含 30 度角的直角三角形．

专题：计算题．

分析：过 A 作 AC⊥OM，AD⊥ON，由 OP 为角平分线，利用角平分线定理得到 AC=AD，AD 即为直线 AB 与 ON 之间的距离，由 BA 与 ON 平行得到一对内错角相等，再由角平分线得到一对角相等，等量代换得到一对角相等，再利用外角性质及直角三角形的性质得到∠BAC=30°，利用 30 度角所对的直角边等于斜边的一半求出 BC 的长，利用勾股定理求出 AC 的长，即为 AD 的长．

解答：解：过 A 作 AC⊥OM，AD⊥ON，

∵OP 平分∠MON，∠MON=60°，

∴AC=AD，∠MOP=∠NOP=30°，

∵BA∥ON，

∴∠BAO=∠PON=30°，

∵∠ABC 为△AOB 的外角，

∴∠ABC=60°，

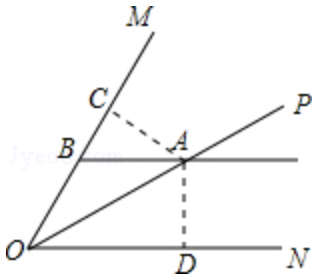
在 Rt△ABC 中，∠BAC=30°，AB=4，

∴BC=2，

根据勾股定理得：AC=$\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∴AD=AC=$2\sqrt{3}$，

则直线 AB 与 ON 之间的距离为 $2\sqrt{3}$，
故选 C.



点评：此题考查了勾股定理，含 30 度直角三角形的性质，以及平行线的性质，熟练掌握勾股定理是解本题的关键.

10.（3 分）（2015•东城区一模）如图 1，△ ABC 和△ DEF 都是等腰直角三角形，其中∠C=∠EDF=90°，点 A 与点 D 重合，点 E 在 AB 上，AB=4，DE=2．如图 2，△ ABC 保持不动，△ DEF 沿着线段 AB 从点 A 向点 B 移动，当点 D 与点 B 重合时停止移动．设 AD=x，△ DEF 与△ ABC 重叠部分的面积为 S，则 S 关于 x 的函数图象大致是（　　）

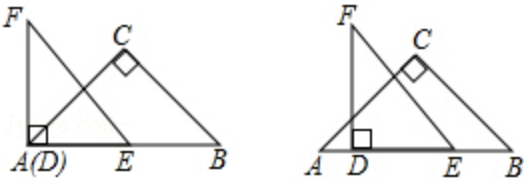
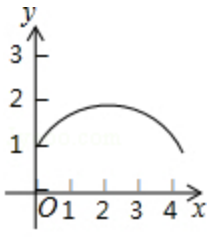
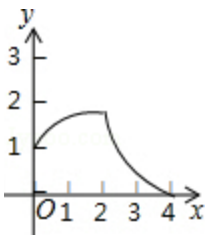
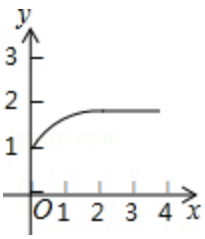


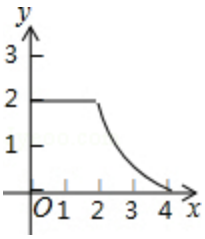
图1

图2

A. 

B. 

C. 

D. 

考点：动点问题的函数图象.

分析：要找出准确反映 y 与 x 之间对应关系的图象，需分析在不同阶段中 y 随 x 变化的情况，由题意知，在△ ABC 移动的过程中，阴影部分总为等腰直角三角形；据此根据重合部分的斜边长的不同分情况讨论求解.

解答：解：由题意知：在△ ABC 移动的过程中，阴影部分总为等腰直角三角形.

当 0＜x≤2 时，此时重合部分的斜边长为 x，则 $y=x\bullet\frac{1}{2}x\bullet\frac{1}{2}=\frac{1}{4}x^2$；

当 2＜x≤4 时，此时重合部分的斜边长为 2，则 $y=2\times1\times\frac{1}{2}=1$；

当 4＜x≤6 时，此时重合部分的斜边长为 2﹣（x﹣4）=6﹣x，则 $y=(6-x)\times\frac{6-x}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}x^2$﹣3x+9；

由以上分析可知，这个分段函数的图象左边为抛物线的一部分，中间为直线的一部分，右边为抛物线的一部分.

故选：B.

点评：本题以动态的形式考查了分类讨论的思想，函数的知识和等腰直角三角形，具有很强的综合性．

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11．（3 分）（2015•东城区一模）分解因式：$mx^2-4my^2=$ m（x+2y）（x－2y） ．

考点：提公因式法与公式法的综合运用．
专题：计算题．
分析：原式提取 m，再利用平方差公式分解即可．
解答：解：原式=m（x^2-4y^2）=m（x+2y）（x－2y）．
故答案为：m（x+2y）（x－2y）
点评：此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键．

12．（3 分）（2015•东城区一模）计算$\sqrt{8}+\sqrt{27}-\sqrt{2}+\sqrt{3}$的结果为 $\sqrt{2}+4\sqrt{3}$ ．

考点：二次根式的加减法．
分析：先进行二次根式的化简，然后合并．
解答：解：原式=$2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}$
=$\sqrt{2}+4\sqrt{3}$．
故答案为：$\sqrt{2}+4\sqrt{3}$．
点评：本题考查了二次根式的加减法，解答本题的关键是掌握二次根式的化简以及二次根式的加减法则．

13．（3 分）（2015•东城区一模）关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x-m=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是 $m>-\frac{9}{4}$ ．

考点：根的判别式．
分析：根据一元二次方程 $x^2+3x-m=0$ 有两个不相等的实数根可得$\Delta=3^2-4(-m)>0$，求出 m 的取值范围即可．
解答：解：∵一元二次方程 $x^2+3x-m=0$ 有两个不相等的实数根，
∴△=$3^2-4(-m)>0$，
∴$m>-\frac{9}{4}$，
故答案为 $m>-\frac{9}{4}$．
点评：本题主要考查了根的判别式的知识，解答本题的关键是掌握一元二次方程根的情况与判别式Δ 的关系：Δ ＞0⇔方程有两个不相等的实数根，此题难度不大．

14．（3 分）（2015•东城区一模）北京的水资源非常匮乏，为促进市民节水，从 2014 年 5 月 1 日起北京市居民用水实行阶梯水价，实施细则如表：
北京市居民用水阶梯水价表　　单位：元/立方米

分档水量	户年用水量	水价	其中

	（立方米）		自来水费	水资源费	污水 处理费
第一阶梯	0﹣180（含）	5.00	2.07	1.57	1.36
第二阶梯	181﹣260（含）	7.00	4.07		
第三阶梯	260 以上	9.00	6.07		

某户居民从 2015 年 1 月 1 日至 4 月 30 日，累积用水 190 立方米，则这户居民 4 个月共需缴纳水费 970 元．

考点：有理数的混合运算．

专题：图表型．

分析：把此居民用水量分为 180+10，根据表格中第一阶梯与第二阶梯的水价计算出总水费即可．

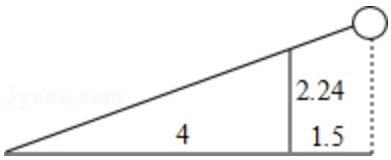
解答：解：根据题意得：180×5+（190﹣180）×7=900+70=970（元），

则这户居民 4 个月共需缴纳水费为 970 元．

故答案为：970．

点评：此题考查了有理数的混合运算，弄清题意表格中的阶梯水价是解本题的关键．

15．（3 分）（2015•东城区一模）已知女排赛场球网的高度是 2.24 米，某排球运动员在一次扣球时，球恰好擦网而过，落在对方场地距离球网 4 米的位置上，此时该运动员距离球网 1.5 米，假设此次排球的运行路线是直线，则该运动员击球的高度是 3.08 米．



考点：相似三角形的应用．

分析：标注字母，然后求出△ ABC 和△ ADE 相似，再根据相似三角形对应边成比例列式计算即可得解．

解答：解：如图，由题意得，BC⊥AB，DE⊥AB，

∴BC∥DE，

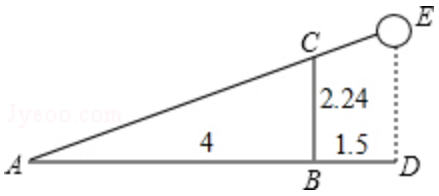
∴△ABC∽△ADE，

∴$\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}$，

即$\frac{4}{4+1.5}=\frac{2.24}{DE}$，

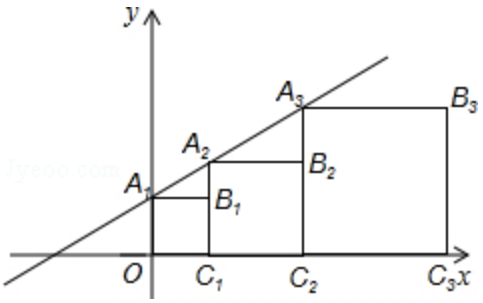
解得 DE=3.08．

故答案为：3.08．



点评：本题考查了相似三角形的应用，熟练掌握相似三角形对应边成比例是解题的关键．

16.（3 分）（2015•东城区一模）在平面直角坐标系 xOy 中，记直线 y=x+1 为 l．点 A_1 是直线 l 与 y 轴的交点，以 A_1O 为边作正方形 $A_1OC_1B_1$，使点 C_1 落在在 x 轴正半轴上，作射线 C_1B_1 交直线 l 于点 A_2，以 A_2C_1 为边作正方形 $A_2C_1C_2B_2$，使点 C_2 落在在 x 轴正半轴上，依次作下去，得到如图所示的图形．则点 B_4 的坐标是___（15，8）___，点 B_n 的坐标是___（2^n - 1，2^{n-1}）___．



考点：正方形的性质；一次函数图象上点的坐标特征．

专题：规律型．

分析：根据一次函数，得出 A_1、A_2 等点的坐标，继而得知 B_1、B_2A 等点的坐标，从中找出规律，进而可求出第 n 个 B 点的坐标．

解答：解：把 x=0 代入直线 y=x+1，可得：y=1，

所以可得：点 B_1 的坐标是（1，1）

把 x=1 代入直线 y=x+1，可得：y=2，

所以可得：点 B_2 的坐标是（3，2），

同理可得点 B_3 的坐标是（8，4）；点 B_4 的坐标是（15，8）；

由以上得出规律是 B_n 的坐标为（2^n - 1，2^{n-1}）．

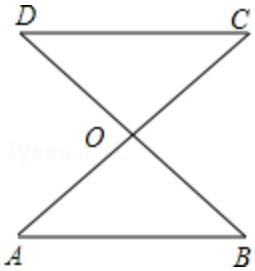
故答案为：（15，8）；（2^n - 1，2^{n-1}）．

点评：本题考查了正方形的性质，解此题的关键是根据一次函数的点的坐标计算的结果得出规律，题目比较好，但是一道比较容易出错的题目．

三、解答题（本题共 30 分，每小题 5 分）

17.（5 分）（2014•武汉）如图，AC 和 BD 相交于点 O，OA=OC，OB=OD．

求证：DC∥AB.



考点：全等三角形的判定与性质；平行线的判定．

专题：证明题．

分析：根据边角边定理求证△ ODC≌△OBA，可得∠C=∠A（或者∠D=∠B），即可证明 DC∥AB.

解答：证明：∵在△ ODC 和△ OBA 中，

∵$\begin{cases}OD=OB\\ \angle DOC=\angle BOA,\\ OC=OA\end{cases}$

∴△ODC≌△OBA（SAS），

∴∠C=∠A（或者∠D=∠B）（全等三角形对应角相等），

∴DC∥AB（内错角相等，两直线平行）.

点评：此题主要考查学生对全等三角形的判定与性质和平行线的判定的理解和掌握，解答此题的关键是利用边角边定理求证△ ODC≌△OBA.

18.（5 分）（2015•东城区一模）计算：$(3-\pi)^{0}-\sqrt{3}\tan 60^{\circ}+(-\frac{1}{3})^{-1}+|-4|$.

考点：实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

专题：计算题.

分析：原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用特殊角的三角函数值及二次根式乘法法则计算，第三项利用负指数幂法则计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

解答：解：原式=1﹣$\sqrt{3}\times\sqrt{3}$﹣3+4=1﹣3﹣3+4=﹣1.

点评：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19.（5 分）（2015•东城区一模）解不等式组：$\begin{cases}2x-1>3(x-1)\\ \frac{5-x}{2}<x+4.\end{cases}$.

考点：解一元一次不等式组.

分析：先求出每个不等式的解集，再根据找不等式组解集的规律找出不等式组的解集即可.

解答：解：$\begin{cases}2x-1>3(x-1)①\\ \frac{5-x}{2}<x+4②\end{cases}$

∵由①得，x＜2，

由②得，x＞﹣1，

∴不等式组的解集为﹣1＜x＜2.

点评：本题考查了解一元一次不等式和解一元一次不等式组的应用，解此题的关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集，难度适中.

20.（5 分）（2015•东城区一模）先化简，再求值：$\frac{2}{a+1}+\frac{a^{2}-4a+4}{a^{2}-1}\div\frac{a-2}{a-1}$，其中 $a=\sqrt{2}-1$.

考点：分式的化简求值.

分析：首先将分式中能分解因式的分解因式，进而化简后代入已知数据求出即可.

解答：

解：原式=$\frac{2}{a+1}+\frac{(a-2)^{2}}{(a+1)(a-1)}\div\frac{a-1}{a-2}$

$=\frac{2}{a+1}+\frac{a-2}{a+1}$

$=\frac{a}{a+1}$,

当 a=$\sqrt{2}$－1 时，原式=$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1+1}$=1－$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

点评：此题主要考查了分式的化简求值，正确分解因式是解题关键.

21.（5 分）（2015•东城区一模）列方程或方程组解应用题：2015 年“植树节”前夕，某小区为绿化环境，购进 200 棵柏树苗和 120 棵枣树苗，且两种树苗所需费用相同．每棵枣树苗的进价比每棵柏树苗的进价的 2 倍少 5 元，每棵柏树苗的进价是多少元？

考点：一元一次方程的应用.

分析：设每棵柏树苗的进价是 x 元，则每棵枣树苗的进价是（2x－5）元，根据购进 200 棵柏树苗和 120 棵枣树苗所需费用相同列出方程，求出 x 的值即可.

解答：解：设每棵柏树苗的进价是 x 元，则每棵枣树苗的进价是（2x－5）元，

根据题意，列方程得：200x=120（2x－5），

解得：x=15.

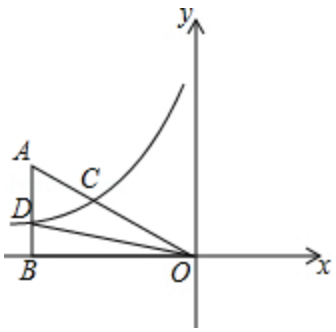
答：每棵柏树苗的进价是 15 元.

点评：此题考查了一元一次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程，再求解.

22.（5 分）（2015•东城区一模）在平面直角坐标系 xOy 中，过点 A（－4，2）向 x 轴作垂线，垂足为 B，连接 AO．双曲线 $y=\frac{k}{x}$经过斜边 AO 的中点 C，与边 AB 交于点 D.

（1）求反比例函数的解析式；

（2）求△BOD 的面积.



考点：待定系数法求反比例函数解析式；反比例函数系数 k 的几何意义.

分析：（1）设所求反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，先根据中点坐标公式求出点 C 的坐标，再将点 C 坐标代入 $y=\frac{k}{x}$，利用待定系数法即可求解；

（2）根据反比例函数比例系数 k 的几何意义即可求解.

解答：解：（1）设所求反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，

∵A（﹣4，2），AO 的中点为 C，

∴C（﹣2，1）.

∵双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 经过点 C，

∴k=﹣2×1=﹣2，

∴反比例函数的解析式为 $y=-\frac{2}{x}$；

（2）∵反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 经过点 D，DB⊥x 轴于 B，

∴$S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times|k|=\frac{1}{2}\times2=1$.

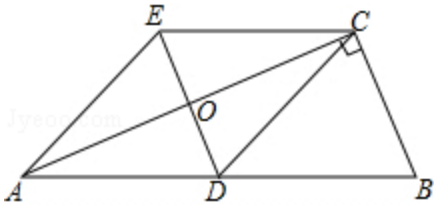
点评：本题考查了待定系数法求反比例函数的解析式，中点坐标公式，反比例函数比例系数 k 的几何意义，都是中学阶段的重点内容，需熟练掌握.

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

23.（5 分）（2015•东城区一模）如图，△ ABC 中，∠BCA=90°，CD 是边 AB 上的中线，分别过点 C，D 作 BA，BC 的平行线交于点 E，且 DE 交 AC 于点 O，连接 AE.

（1）求证：四边形 ADCE 是菱形；

（2）若 AC=2DE，求 sin∠CDB 的值.



考点：菱形的判定与性质；勾股定理.

分析：（1）由 DE∥BC，CE∥AB，可证得四边形 DBCE 是平行四边形，又由△ ABC 中，∠BCA=90°，CD 是边 AB 上的中线，根据直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，可得 CD=AD=BD=CE，然后由 CE∥AB，证得四边形 ADCE 平行四边形的性质，继而证得四边形 ADCE 是菱形；

（2）首先过点作 CF⊥AB 于点 F，由（1）可知，BC=DE，设 BC=x，则 AC=2x，然后由勾股定理求得 AB，再由三角形的面积，求得 CF 的长，由勾股定理即可求得 CD 的长，继而求得答案.

解答：（1）证明：∵DE∥BC，CE∥AB，

∴四边形 DBCE 是平行四边形.

∴CE=BD，

又∵CD 是边 AB 上的中线，

∴BD=AD，

∴CE=DA，

又∵CE∥DA，

∴四边形 ADCE 是平行四边形.

∵∠BCA=90°，CD 是斜边 AB 上的中线，
∴AD=CD，
∴四边形 ADCE 是菱形；

（2）解：过点作 CF⊥AB 于点 F，
由（1）可知，BC=DE，
设 BC=x，则 AC=2x，

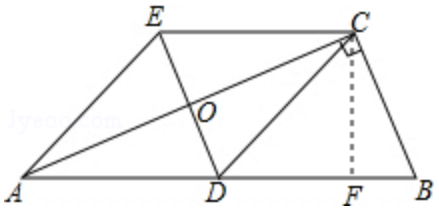
在 Rt△ ABC 中，AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5}x$.

∵$\frac{1}{2}AB\bullet CF=\frac{1}{2}AC\bullet BC$，

∴$CF=\frac{AC\bullet BC}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}x$.

∵$CD=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，

∴$\sin\angle CDB=\frac{CF}{CD}=\frac{4}{5}$.



点评：此题考查了菱形的判定与性质、平行四边形的判定与性质以及勾股定理．注意准确作出辅助线是解此题的关键．

24.（5 分）（2015•东城区一模）为弘扬中华传统文化，某学校决定开设民族器乐选修课．为了更贴合学生的兴趣，对学生最喜爱的一种民族乐器进行随机抽样调查，收集整理数据后，绘制出以下两幅未完成的统计图，请根据图 1 和图 2 提供的信息，解答下列问题：
（1）在这次抽样调查中，共调查 200 名学生；
（2）请把条形图（图 1）补充完整；
（3）求扇形统计图（图 2）中，二胡部分所对应的圆心角的度数；
（4）如果该校共有学生 1500 名，请你估计最喜爱古琴的学生人数．

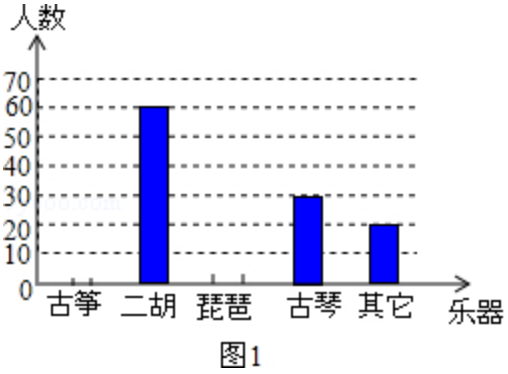


图1

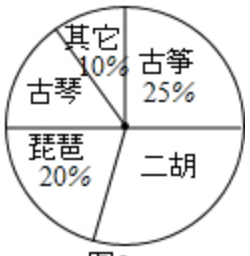


图2

考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图．
分析：（1）根据喜欢其它的除以喜欢其它的所占的百分比，可得答案；

（2）根据喜欢古筝的所占的百分比乘总人数，可得喜欢古筝的人数，根据喜欢琵琶的所占的百分比乘以总人数，可得喜欢琵琶的人数，根据人数可补全条形统计图；

（3）根据圆周角乘以喜欢二胡所占的百分比，可得答案；

（4）全校总人数乘以喜欢古琴所占的百分比，可得答案．

解答：解：（1）20÷10%=200（名），

答：一共调查了 200 名学生；

（2）最喜欢古筝的人数：200×25%=50（名），

最喜欢琵琶的人数：200×20%=40（名）；

补全条形图如图；

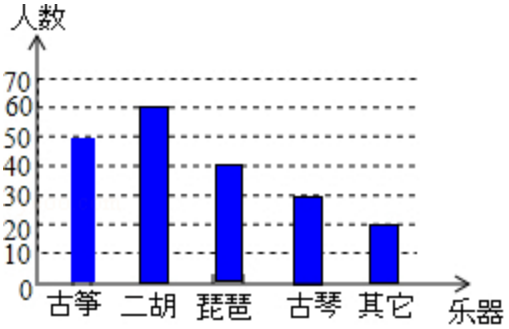


图1

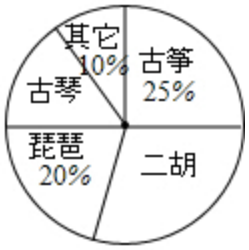


图2

（3）喜欢古琴所占的百分比 30÷200=15%，喜欢二胡所占的百分比 1﹣10%﹣25%﹣20%﹣15%=30%，

二胡部分所对应的圆心角的度数为：

30%×360°=108°；

（4）1500×15%=225（名），

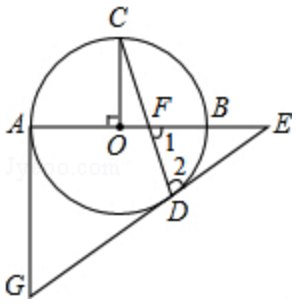
答：1500 名学生中估计最喜欢古琴的学生人数为 225．

点评：本题考查了条形统计图，观察统计图获得有效信息是解题关键．

25．（5 分）（2014•防城港）如图的⊙O 中，AB 为直径，OC⊥AB，弦 CD 与 OB 交于点 F，过点 D、A 分别作⊙O 的切线交于点 G，并与 AB 延长线交于点 E．

（1）求证：∠1=∠2．

（2）已知：OF：OB=1：3，⊙O 的半径为 3，求 AG 的长．



考点：切线的性质；相似三角形的判定与性质．

分析：（1）连接 OD，根据切线的性质得 OD⊥DE，则∠2+∠ODC=90°，而∠C=∠ODC，则∠2+∠C=90°，由 OC⊥OB 得∠C+∠3=90°，所以∠2=∠3，而∠1=∠3，所以∠1=∠2；

（2）由 OF：OB=1：3，⊙O 的半径为 3 得到 OF=1，由（1）中∠1=∠2 得 EF=ED，在 Rt△ ODE 中，DE=x，则 EF=x，OE=1+x，根据勾股定理得 $3^2+x^2=(x+1)^2$，解得

x=4，则 DE=4，OE=5，根据切线的性质由 AG 为⊙O 的切线得∠GAE=90°，再证明 Rt△ EOD∽Rt△ EGA，利用相似比可计算出 AG．

解答：（1）证明：连接 OD，如图，∵DE 为⊙O 的切线，

∴OD⊥DE，

∴∠ODE=90°，即∠2+∠ODC=90°，

∵OC=OD，

∴∠C=∠ODC，

∴∠2+∠C=90°，

而 OC⊥OB，

∴∠C+∠3=90°，

∴∠2=∠3，

∵∠1=∠3，

∴∠1=∠2；

（2）解：∵OF：OB=1：3，⊙O 的半径为 3，

∴OF=1，

∵∠1=∠2，

∴EF=ED，

在 Rt△ ODE 中，OD=3，DE=x，则 EF=x，OE=1+x，

∵$OD^2+DE^2=OE^2$，

∴$3^2+x^2=(x+1)^2$，解得 x=4，

∴DE=4，OE=5，

∵AG 为⊙O 的切线，

∴AG⊥AE，

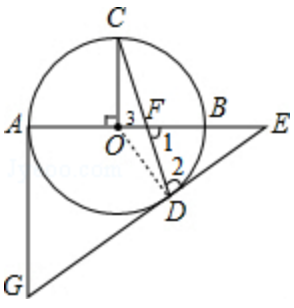
∴∠GAE=90°，

而∠OED=∠GEA，

∴Rt△ EOD∽Rt△ EGA，

∴$\frac{OD}{AG}=\frac{DE}{AE}$，即$\frac{3}{AG}=\frac{4}{3+5}$，

∴AG=6．



点评：本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了勾股定理和相似三角形的判定与性质．

26.（5 分）（2015•东城区一模）在四边形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，E 是 OC 上任意一点，AG⊥BE 于点 G，交 BD 于点 F．

（1）如图 1，若四边形 ABCD 是正方形，判断 AF 与 BE 的数量关系；

明明发现，AF 与 BE 分别在△AOF 和△BOE 中，可以通过证明△AOF 和△BOE 全等，得到 AF 与 BE 的数量关系；

请回答：AF 与 BE 的数量关系是__AF=BE__.

（2）如图 2，若四边形 ABCD 是菱形，∠ABC=120°，请参考明明思考问题的方法，求$\frac{AF}{BE}$的值.

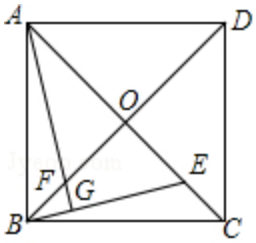


图1

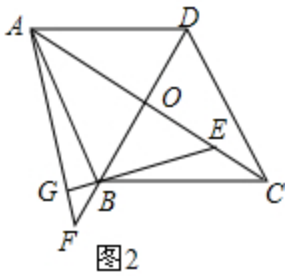


图2

考点：相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；菱形的性质；正方形的性质.

分析：（1）根据正方形的性质和全等三角形的性质即可得到结论；

（2）根据四边形 ABCD 是菱形和∠ABC=120°，推出 AC⊥BD，∠ABO=60°，所以∠FAO+∠AFO=90°，根据 AG⊥BE，得到∠EAG+∠BEA=90°，∠AFO=∠BEA，又因为∠AOF=∠BOE=90°，推出三角形相似，即可得到结论.

解答：解：（1）AF=BE；

∵四边形 ABCD 是正方形，

∴∠AOB=∠BOC=90°，AO=BO，

∵AG⊥BE，∠AFO=∠BFG，

∴∠FAO=∠FBG，

在△AFO 与△BFO 中，$\begin{cases}\angle AOF=\angle BOE\\ \angle FAO=\angle FBG\\ AO=BO\end{cases}$，

∴△AFO≌△BFO，

∴AF=BE；

（2）∵四边形 ABCD 是菱形，∠ABC=120°，

∴AC⊥BD，∠ABO=60°，

∴∠FAO+∠AFO=90°，

∵AG⊥BE，

∴∠EAG+∠BEA=90°，

∴∠AFO=∠BEA，

又∵∠AOF=∠BOE=90°，

∴△AOF∽△BOE，

∴$\frac{AF}{BE}=\frac{AO}{OB}$，

∵∠ABO=60°，AC⊥BD，

∴$\frac{AO}{OB}=\tan 60°=\sqrt{3}$，

$\therefore \frac{AF}{BE}=\sqrt{3}$.

点评：本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，菱形的性质，相似三角形的判定和性质，熟记定理是解题的关键.

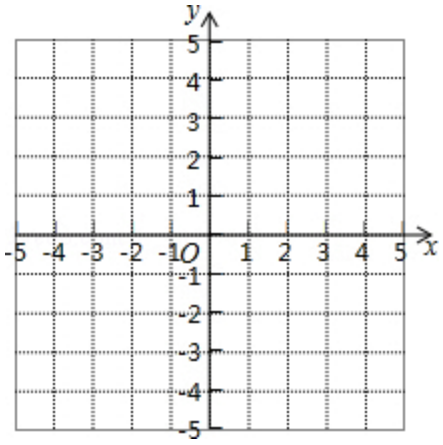
五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

27.（7 分）（2015•东城区一模）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）过点 A（﹣1，0），B（1，1），与 y 轴交于点 C.

（1）求抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）的函数表达式；

（2）若点 D 在抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）的对称轴上，当△ ACD 的周长最小时，求点 D 的坐标；

（3）在抛物线 $y=ax^2+bx+1$（a≠0）的对称轴上是否存在点 P，使△ ACP 成为以 AC 为直角边的直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



考点：二次函数综合题.

分析：（1）把点 A（﹣1，0），B（1，1）代入 $y=ax^2+bx+1$，得到方程组，求出 a，b，即可解答；

（2）抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1$ 的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$. 设点 E 为点 A 关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 的对称点，则点 E 的坐标为（2，0）. 连接 EC 交直线 $x=\frac{1}{2}$ 于点 D，此时△ ACD 的周长最小. 设直线 EC 的函数表达式为 y=kx+m，代入 E，C 的坐标，求出解析式，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$y=\frac{3}{4}$. 所以点 D 的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$.

（3）存在，分两种情况进行讨论：①当点 A 为直角顶点时，过点 A 作 AC 的垂线交 y 轴于点 M，交对称轴于点 P_1，得到点 M 的坐标为（0，﹣1），从而求出直线 AM 的函数表达式为 y=﹣x﹣1. 令 $x=\frac{1}{2}$，则 $y=-\frac{3}{2}$. 所以点 P_1 的坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$.；

②当点 C 为直角顶点时，过点 C 作 AC 的垂线交对称轴于点 P_2，交 x 轴于点 N，与①同理可得 Rt△ CON 是等腰直角三角形，得到点 N 的坐标为（1，0），根据 $CP_2 // AP_1$，从而求出直线 CP_2 的函数表达式为 y=﹣x+1，令 $x=\frac{1}{2}$，则 $y=\frac{1}{2}$，所以点 P_2 的坐标为

$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$．

解答：解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+bx+1$（$a\neq0$）过点 A（﹣1，0），B（1，1），

$\therefore\begin{cases}a-b+1=0\\a+b+1=0\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\b=\frac{1}{2}\end{cases}$，

∴抛物线的函数关系式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1$．

（2）∵ $x=-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$，C（0，1），

∴抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1$ 的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，

设点 E 为点 A 关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 的对称点，则点 E 的坐标为（2，0），

连接 EC 交直线 $x=\frac{1}{2}$ 于点 D，此时△ ACD 的周长最小，

设直线 EC 的函数表达式为 y=kx+m，代入 E，C 的坐标，

则 $\begin{cases}2k+m=0\\m=1\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\m=1\end{cases}$

所以，直线 EC 的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+1$，

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$y=\frac{3}{4}$，

∴点 D 的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$．

（3）存在；

①如图 1，当点 A 为直角顶点时，过点 A 作 AC 的垂线交 y 轴于点 M，交对称轴于点 P_1，

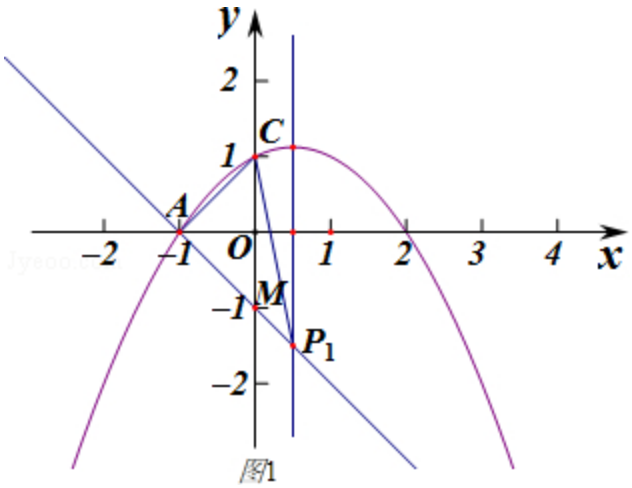


图1

∵AO⊥OC，AC⊥AP$_1$，

∴∠AOM=∠CAM=90°，

∵C（0，1），A（﹣1，0），

∴OA=OC=1，

∴∠CAO=45°，

∴∠OAM=∠OMA=45°，

∴OA=OM=1，

∴点 M 的坐标为（0，﹣1），

设直线 AM 对应的一次函数的表达式为 y=k_1x+b_1，代入 A，M 的坐标，

则：$\begin{cases} -k_1+b_1=0 \\ b_1=-1 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} k_1=-1 \\ b_1=-1 \end{cases}$，

所以，直线 AM 的函数表达式为 y=﹣x﹣1，

令 $x=\frac{1}{2}$，则 $y=-\frac{3}{2}$，

∴点 P_1 的坐标为 $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$；

②如图 2，当点 C 为直角顶点时，过点 C 作 AC 的垂线交对称轴于点 P_2，交 x 轴于点 N，

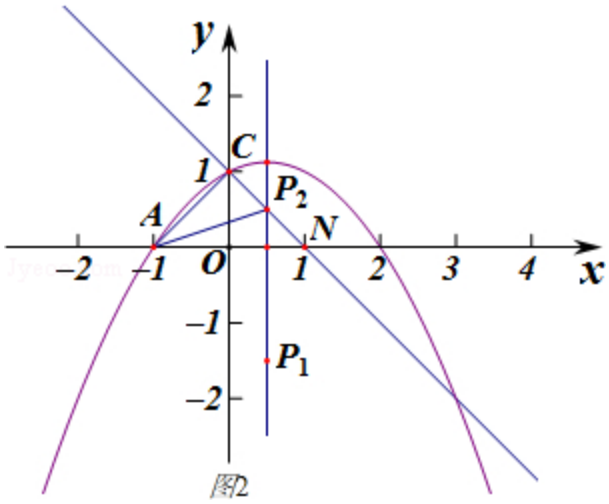


图2

与①同理可得 Rt△ CON 是等腰直角三角形，

∴OC=ON=1，

∴点 N 的坐标为（1，0），

∵$CP_2 \perp AC$，$AP_1 \perp AC$，

∴$CP_2 // AP_1$，

∴直线 CP_2 的函数表达式为 y=﹣x+1，

令 $x=\frac{1}{2}$，则 $y=\frac{1}{2}$，

∴点 P_2 的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$；

综上，在对称轴上存在点 P_1 $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$，$P_2$ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$，使△ ACP 成为以 AC 为直角边的直角三角形.

点评：本题考查了二次函数，解决本题（2）时，找到点 A 关于直线 $x=\frac{1}{2}$的对称点是关键，在（3）中分类讨论思想和数形结合是解题的关键.

28.（7 分）（2015•东城区一模）已知：Rt△ A′BC′和 Rt△ ABC 重合，∠A′C′B=∠ACB=90°，∠BA′C′=∠BAC=30°，现将 Rt△ A′BC′绕点 B 按逆时针方向旋转角 α（60°≤α≤90°），设旋转过程中射线 C′C 和线段 AA′相交于点 D，连接 BD.

（1）当 α=60°时，A′B 过点 C，如图 1 所示，判断 BD 和 A′A 之间的位置关系，不必证明；

（2）当 α=90°时，在图 2 中依题意补全图形，并猜想（1）中的结论是否仍然成立，不必证明；

（3）如图 3，对旋转角 α（60°＜α＜90°），猜想（1）中的结论是否仍然成立；若成立，请证明你的结论；若不成立，请说明理由.

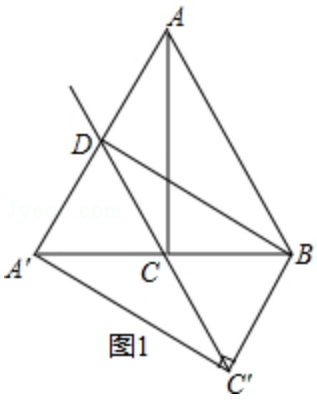


图1



图2

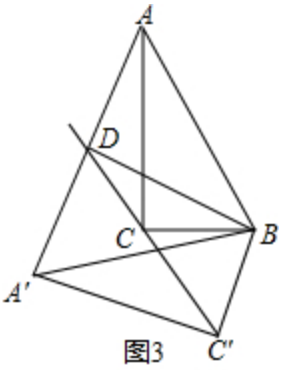


图3

考点：几何变换综合题.

分析：（1）当 α=60°时，根据旋转的性质和角的和差得出∠A′DB=90°，得出 BD 和 A′A 垂直；

（2）根据 α=90°补全图形即可；

（3）根据旋转的性质和全等三角形的判定得出△ AEC≌△A'FC'、△ AED≌△A'FD，再根据等腰三角形的三线合一证明即可.

解答：解：（1）当 α=60°时，BD⊥A'A.

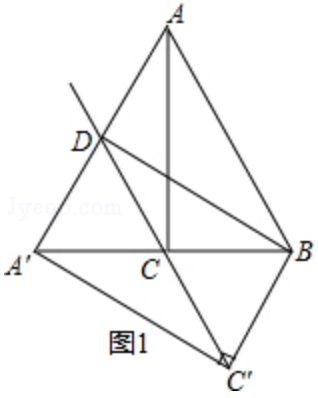


图1

（2）补全图形如图 2，BD⊥A'A 仍然成立；

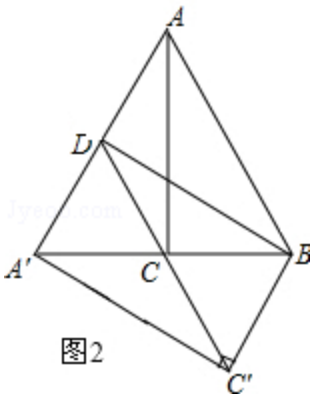


图2

（3）猜想 BD⊥A'A 仍然成立.

证明：作 AE⊥C'C，A'F⊥C'C，垂足分别为点 E，F，如图 3，

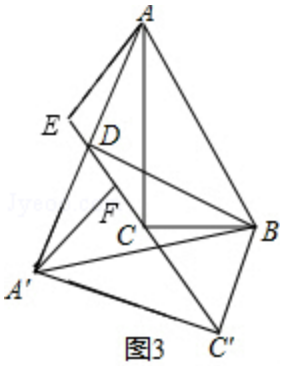


图3

则∠AEC=∠A'FC'=90°.

∵BC=BC',

∴∠BCC'=∠BC'C.

∵∠ACB=∠A'C'B=90°,

∴∠ACE+∠BCC'=90°，∠A'C'F+∠BC'C=90°.

∴∠ACE=∠A'C'F.

在△AEC 和△A'FC'中，$\begin{cases}\angle AEC=\angle A'FC'=90^\circ\\ \angle ACE=\angle A'C'F\\ AC=A'C'\end{cases}$

∴△AEC≌△A'FC'.

∴AE=A'F.

在△AED 和△A'FD 中，$\begin{cases}\angle AEC=\angle A'FD=90^\circ\\ \angle ADE=\angle A'DF\\ AE=A'F\end{cases}$

∴△AED≌△A'FD.

∴AD=A'D.

∵AB=A'B,

∴△ABA'为等腰三角形.

∴BD⊥A'A.

点评：此题考查几何变换问题，用到的知识点是全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质，关键是根据旋转的前后图形全等、全等三角形的判定以及等腰三角形的性质进行分析.

29.（8 分）（2015•东城区一模）定义符号 min{a，b}的含义为：当 a≥b 时，min{a，b}=b；当 a＜b 时，min{a，b}=a．如：min{1，－2}=－2，min{－1，2}=－1.

（1）求 min{x^2－1，－2}；

（2）已知 min{x^2－2x+k，－3}=－3，求实数 k 的取值范围；

（3）已知当－2≤x≤3 时，min{x^2－2x－15，m（x+1）}=x^2－2x－15．直接写出实数 m 的取值范围.

考点：二次函数的性质；一次函数的性质.

专题：新定义.

分析：（1）比较 x^2－1 与－2 的大小，得到答案；

（2）把 x^2－2x+k 化为（x－1）^{2}+k－1 的形式，确定 k 的取值范围；

（3）根据当－2≤x≤3 时，y=x^2－2x－15 的值小于 y=m（x+1）的值，解答即可.

解答：解：（1）∵x^2≥0，

∴x^2﹣1≥﹣1，

∴x^2﹣1＞﹣2．

∴min{x^2﹣1，﹣2}=﹣2，

（2）∵x^2﹣2x+k=（x﹣1）^{2}+k﹣1，

∴（x﹣1）^{2}+k﹣1≥k﹣1．

∵min{x^2﹣2x+k，﹣3}=﹣3，

∴k﹣1≥﹣3．

∴k≥﹣2，

（3）对于 y=x^2﹣2x﹣15，当 x=﹣2 时，y=﹣7，

当 x=3 时，y=﹣12，

由题意可知抛物线 y=x^2﹣2x﹣15 与直线 y=m（x+1）的交点坐标为（﹣2，﹣7），（3，﹣12），

所以 m 的范围是：﹣3≤m≤7．

点评：本题考查的是与二次函数和一次函数有关的新定义，根据题意理解新定义的计算公式是解题的关键，注意：一次函数和二次函数的性质的运用．